

1. Osnovne formule za trokut

a) Površina trokuta:

1. Standardna formula:

$$P = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

Gdje je:

- a – osnovica,
- h_a – visina na osnovicu a .

2. Heronova formula (za trokut poznatih stranica):

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Gdje je:

- $s = \frac{a+b+c}{2}$ (poluopseg),
- a, b, c – duljine stranica trokuta.

3. Površina s polumjerom upisane kružnice (r):

$$P = s \cdot r$$

4. Površina s polumjerom opisane kružnice (R):

$$P = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

2. Opseg trokuta:

$$O = a + b + c$$

Gdje su a, b, c duljine stranica.

3. Visine trokuta:

$$h_a = \frac{2P}{a}, \quad h_b = \frac{2P}{b}, \quad h_c = \frac{2P}{c}$$

Gdje je P površina trokuta.

4. Kutovi trokuta:

1. Kutovi preko kosinusovog pravila:

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \quad \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \quad \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

2. Kutovi preko sinusovog pravila:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

5. Polumjeri kružnica povezanih s trokutom:

1. Polumjer opisane kružnice (R):

$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4P}$$

2. Polumjer upisane kružnice (r):

$$r = \frac{P}{s}$$

3. Polumjer poluupisane kružnice naspram stranice a :

$$r_a = \frac{P}{s - a}$$

(Analogno za r_b i r_c).

6. Pravokutni trokut:

1. Pitagorin poučak:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Gdje je c hipotenuza, a a i b katete.

2. Površina pravokutnog trokuta:

$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

3. Visina na hipotenuzu (h_c):

$$h_c = \frac{a \cdot b}{c}$$

4. Duljina katete pomoću hipotenuze i visine:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}, \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

7. Posebni trokuti

- a) Jednakostranični trokut:

1. Površina:

$$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

2. Visina:

$$h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$$

3. Polumjer opisane kružnice:

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

4. Polumjer upisane kružnice:

$$r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$$

b) Jednakokrani trokut:

1. Visina na osnovicu (h_a):

$$h_a = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$$

Gdje je b duljina kraka, a a osnovica.

8. Težište i težišnica:

1. Težišnica na stranicu a :

$$t_a = \frac{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}}{2}$$

(Analogno za t_b i t_c).

2. Koordinate težišta (ako su poznate vrhovi $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$):

$$T \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

9. Kružne formule za trokut:

1. Polumjer opisane kružnice (R):

$$R = \frac{abc}{4P}$$

2. Kutovi trokuta pomoću polumjera opisane kružnice:

$$\sin \alpha = \frac{a}{2R}, \quad \sin \beta = \frac{b}{2R}, \quad \sin \gamma = \frac{c}{2R}$$

3. Koordinate središta opisane kružnice:

$$O \left(\frac{a_1x_1 + b_1x_2 + c_1x_3}{a + b + c}, \frac{a_1y_1 + b_1y_2 + c_1y_3}{a + b + c} \right)$$